

УДК 536

## ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

*М.Н. Шамсиев, А.А. Талипова*

### Аннотация

Предлагается метод для интерпретации термогидродинамических исследований вертикальных скважин на основе теории некорректных задач математической физики. Показывается, что по результатам измерений температуры на забое скважины после ее пуска можно оценивать теплофизические и фильтрационно-емкостные параметры пласта. **Ключевые слова:** вертикальные скважины, термогидродинамические исследования, регуляризация.

### 1. Введение

При разработке нефтегазоносных пластов содержащиеся в них флюиды могут приобрести температуру, отличную от естественной температуры пластов. Изменение температуры в продуктивных пластах может быть вызвано различными причинами, в зависимости от характера фильтрации природных флюидов и вида искусственного теплового воздействия на продуктивные коллекторы в процессе применения той или иной технологии разработки.

В данной работе рассматриваются процессы неизотермической фильтрации реального газа к скважине, расположенной в центре кругового пласта. Исследуется влияние фильтрационных и теплофизических параметров пласта на изменения давления и температуры в скважине. Строится вычислительный алгоритм для оценки фильтрационных и теплофизических параметров пласта по результатам замеров температуры на забое газовой скважины.

### 2. Неизотермическая фильтрация реального газа

Основные уравнения теории неизотермической фильтрации флюида выводятся на основе фундаментальных законов сохранения: закона сохранения массы флюида (или уравнения неразрывности фильтрационного потока), закона сохранения энергии фильтрационного потока. Уравнение сохранения энергии фильтрационного потока газа в пласте основано на уравнении энергетического баланса некоторого малого объема пористой среды. При этом за основу принимается равенство температур породы и насыщающих ее жидкостей и газов, что существенно упрощает уравнение сохранения энергии. Такое допущение справедливо при анализе медленно протекающих процессов, когда время выравнивания температур между флюидом и твердым скелетом меньше характерного времени фильтрации [2].

Процесс неизотермической фильтрации реального газа в пористой среде при его отборе с расходом  $Q$  через одиночную скважину, расположенную в центре залежи, описывается системой дифференциальных уравнений:

$$m \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{Tz} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{k}{\mu} \frac{p}{Tz} r \frac{\partial p}{\partial r} \right), r \in (r_w, R_k), t > 0 \quad (1)$$

$$C_{evn} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_{evn} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + C_p \frac{p}{RTz} \left( m \eta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \left[ \frac{\partial T}{\partial r} - \varepsilon \frac{\partial p}{\partial r} \right] \right) \quad (2)$$

С начальными

$$p(r, 0) = p_k, T(r, 0) = T_k, r \in [r_w, R_k] \quad (3)$$

и граничными условиями

$$2\pi H \frac{k}{\mu} \frac{p T_{st}}{p_{atm} T z} \left[ r \frac{\partial p}{\partial r} \right]_{r=r_w} = Q + C_{well} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{T z} \right), \left[ r \frac{\partial T}{\partial r} \right]_{r=r_w} = 0, t > 0 \quad (4)$$

$$p(R_k, t) = p_k, T(R_k, t) = T_k, t > 0 \quad (5)$$

где  $p = p(r, t)$ ,  $T = T(r, t)$  - давление и температура газа в пласте,  $H$  - толщина пласта,  $p_k, p_{atm}$  - пластовое и атмосферное давление,  $T_k, T_{st}$  - пластовая и стандартная температура,  $r_w$  - радиус ствола скважины,  $R_k$  - радиус контура питания,  $\mu$  - вязкость газа,  $k$  - проницаемость пласта,  $\eta$  - коэффициент адиабатического расширения,  $\varepsilon$  - коэффициент Джоуля-Томсона,  $C_{evn} = m C_p p / RT_z + (1 - m) C_{rock} \rho_{rock}$  - объемная теплоемкость пласта,  $C_p, C_{rock}$  - удельная теплоемкость газа и среды,  $m$  - пористость пласта,  $z$  - коэффициент сверхсжимаемости газа,  $R$  - газовая постоянная,  $\lambda_{evn} = m \lambda_{gaz} + (1 - m) \lambda_{rock}$  - теплопроводность пласта,  $\lambda_{gaz}, \lambda_{rock}$  - теплопроводность газа и среды. На границе  $r = r_w$  пренебрегается кондуктивным переносом тепла, поскольку его эффект мал по сравнению с конвективным переносом [2].

После закрытия скважины продолжается поступление газа в ствол. Приток газа после остановки скважины характеризуется коэффициентом влияния ствола скважины:  $C_{well} = \frac{V_{well} T_{st}}{p_{atm}}$ , где  $V_{well}$  - объем ствола скважины. В методах интерпретации кривых восстановления давления (КВД) с учетом притока для вычисления количества газа, поступившего в ствол скважины после ее остановки, используются средние значения температуры, коэффициента сверхсжимаемости по стволу и изменения устьевого, забойного давления по времени [3].

Коэффициент сверхсжимаемости газа  $z$  рассчитывается по формуле Гуревича-Латонова [3]:

$$z(p, t) = (0.17376 \ln(T/T_c) + 0.73)^{p/p_c} + 0.1p/p_c$$

, где  $T_c = 190.5$  К,  $p_c = 4.58$  МПа

Коэффициент адиабатического расширения  $\eta$  и коэффициент Джоуля-Томсона  $\varepsilon$  вычисляются по формулам [3]:

$$\eta = \frac{zRT}{C_p p} \left( 1 + \frac{T}{z} \frac{\partial z}{\partial T} \right), \varepsilon = \frac{RT^2}{C_p p} \frac{\partial z}{\partial T}$$

Уравнения (1) – (5) относятся к классу квазилинейных параболических уравнений. Наибольшую трудность представляет численное решение уравнения (2), описывающего одновременно кондуктивный и конвективный перенос тепла, в том числе и обусловленный эффектом Джоуля - Томсона, а также понижение температуры газа вследствие его адиабатического расширения.

Для численного решения нелинейной системы (1) – (5) применяется метод конечных разностей [4]. При аппроксимации системы уравнений построение конечно-разностной сетки осуществляется с помощью перехода к новой пространственной переменной  $u = \ln r$ . Полученная система нелинейных алгебраических уравнений решается методом прогонки [5] с итерациями, при этом в качестве начального приближения на каждом временном слое берутся значения с предыдущего слоя.

### 3. Анализ кривых изменения температуры и давления

Рассматривается модельный круговой пласт со следующими параметрами:  $H = 10$  м,  $R_k = 500$  м,  $m = 0.2$ ,  $\lambda_{rock} = 1.9$  Вт/(м К),  $\lambda_{gaz} = 0.0072$  Вт/(м К),  $C_p = 2093$  Дж/(кг К),  $C_{rock} = 920$  Дж/(кг К),  $P_k = 20$  МПа,  $T_k = 300$  К,  $T_{st} = 293$  К,  $\mu = 0.012$  МПа с,  $R = 519$  Дж/(кг К),  $k = 0.01$  мкм<sup>2</sup>,  $Q = 500$  тыс м<sup>3</sup>/сут

На рис.1-2 приводятся кривые изменения температуры, давления и их логарифмические производные по времени в скважине после ее пуска с учетом и без учета коэффициента влияния ствола. Начальный участок кривой производной температуры отклоняется от прямолинейного участка (рис.1, кривая 1). График производной давления для однородного пласта в билигарифмических координатах является прямой линией (рис.2, кривая 1). Как правило, кривая производной давления для нефтяных скважин без учета притока, параллельна к оси абсцисс, что является диагностическим признаком радиального притока к скважине в однородном пласте [6]. Для газовых скважин с низкими дебитами кривая логарифмической производной давления также параллельна к оси абсцисс. С увеличением дебита кривая производной давления отклоняется от оси абсцисс.

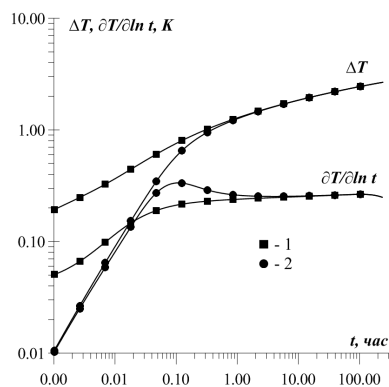


Рис. 1. Кривая изменения температуры ее логарифмическая производная с учетом (кривая 1) и без учета влияния ствола скважины (кривая 2)

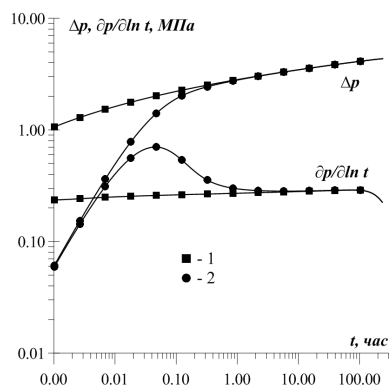


Рис. 2. Кривая изменения давления ее логарифмическая производная с учетом (кривая 1) и без учета влияния ствола скважины (кривая 2)

При наличии притока газа после остановки скважины начальные участки кривых изменения давления и температуры и их производные отклоняются от прямо-

линейного участка (рис. 1, 2). Это является диагностическим признаком наличия притока газа в скважину после ее остановки. Для нефтяных скважин тангенс угла наклона начального участка КВД и ее логарифмической производной равен единице [6]. Чем больше глубина залегания пласта, тем больше влияет объем ствола скважины на кривые изменения давления и температуры. Отклонения конечных участков кривых производных давления и температуры характеризуют влияние границы пласта.

Далее исследуется влияние фильтрационных и теплофизических параметров пласта на изменение температуры в скважине. Результаты расчетов приведены на рис. 3, 4. При увеличении проницаемости уменьшается перепад температуры (рис.3). Пористость незначительно влияет на кривые изменения температуры в скважине. При увеличении пористости перепад температуры увеличивается. Увеличение теплоемкости газа и скелета ведут к уменьшению перепада температуры. При этом вариация теплоемкости скелета ведет к незначительным изменениям температуры в скважине, чем вариация теплоемкости газа (рис.4). Коэффициенты теплопроводности газа и среды практически не влияют на кривую изменения температуры.

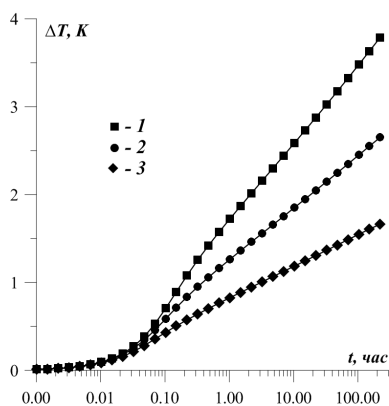


Рис. 3. Кривая изменения температуры. 1 -  $k = 0.0075 \text{ мкм}^2$ , 2 -  $k = 0.01 \text{ мкм}^2$ , 3 -  $k = 0.015 \text{ мкм}^2$

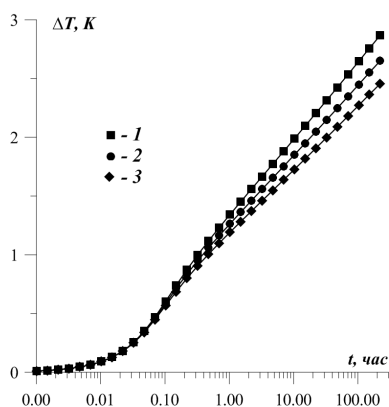


Рис. 4. Кривая изменения температуры. 1 -  $C_p = 1900 \text{ Дж/(кг К)}$ , 2 -  $C_p = 2093 \text{ Дж/(кг К)}$ , 3 -  $C_p = 2300 \text{ Дж/(кг К)}$

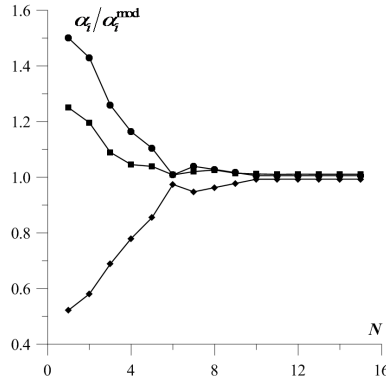


Рис. 5. Сходимость итерационного процесса. 1 -  $k$ , 2 -  $m$ , 3 -  $C_{gaz}$

#### 4. Оценка теплофизических параметров пласта по результатам температурных измерений.

При оценке теплофизических параметров пласта нужно использовать изменения температуры, зарегистрированные глубинным прибором после пуска скважины. При использовании в качестве исходной информации кривой восстановления температуры необходимо знание начального распределения температуры. Эта информация не может быть получена экспериментально, а также не может быть достаточно точно вычислена, так как для этого необходима дополнительная информация об истории разработки и эксплуатации скважины.

Обратная задача определения коэффициентов проницаемости пласта  $k$ , пористости пласта  $m$  и удельной теплоемкости среды  $C_{gaz}$  сводится к минимизации функционала-невязки:

$$F(\alpha) = \int_0^T [\phi(t) - T(r_c, t)]^2 dt \quad (6)$$

где  $\phi(t)$  - наблюдаемые значения температуры,  $T(r_w, t)$  - вычисленные значения температуры на забое скважины, где  $\alpha = (k, m, C_{gaz})$ ,  $0 < a_i \leq \alpha_i \leq b_i$  ( $a_i, b_i = \text{const}$ )

Итерационная последовательность для минимизации функционала-невязки (6) строится на основе метода Левенберга-Марквардта. Значения переменных минимизации на  $k$ -ой итерации вычисляются по формуле:

$$\alpha^{k+1} = \alpha^k - (H^k + \nu E)^{-1} \nabla F^k$$

где  $H$  - приближенная матрица вторых производных,  $H = A^T A$ ,  $A$  - матрица чувствительности,  $\nu$  - параметр регуляризации,  $\nabla F$  - градиент функционала-невязки.

Сходимость и устойчивость итерационного процесса (6) относительно погрешности исходной информации исследовались на модельных примерах. Для исследования устойчивости в модельную кривую изменения температуры случайным образом вводились погрешности в пределах погрешности измерений. На рис.5 приводится сходимость итерационного процесса с возмущенными исходными данными (рис.6 кривая -1), где  $\alpha_{abs}$  - истинные параметры,  $\alpha_{cal}$  - вычисленные параметры.

Итерационный процесс считается оконченным при достижении одной из заданных точностей ( $10^{-6}$  - по функционалу,  $10^{-6}$  - по градиенту,  $10^{-6}$  - по аргументу) или при выполнении заданного числа итераций ( $N_{iter} = 40$ ). Вычисленная КВД приводится на рис.6(кривая 2).

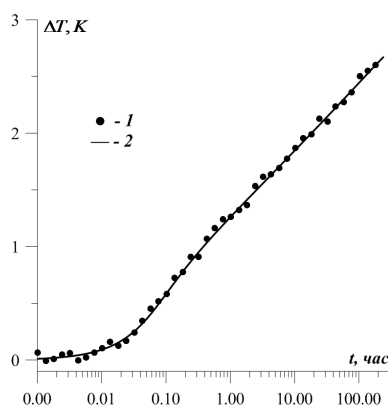


Рис. 6. Кривая изменения температуры. 1 - наблюдаемая, 2 - вычисленная

Из полученных результатов следует, что итерационный процесс сходится за 15-20 итераций и малым изменениям исходной информации соответствуют малые изменения в решениях обратной задачи (1), т.е. предложенный метод устойчив относительно погрешностей исходной информации.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-05-00861).

### Summary

*M.N. Shamsiev, A.A. Talipova*. Interpretation of the results of thermohydrodynamic study the vertical gas wells.

A method is proposed for the interpretation of thermo-hydrodynamic studies of vertical wells on the basis of the theory of ill-posed problems of mathematical physics. It is shown that the results of measurements of the temperature on the bottom of the well after the start-up can be assessed thermophysical and filtration-capacitive reservoir parameters.

**Key words:** vertical wells, thermohydrodynamic study

### Литература

1. Азиз Х., Сентари Э. Математическое моделирование пластовых систем. – М.: Недра, 1982. – 407 с.
2. Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика // Геоэкология. – 1993. – № 1. – С. 3–27.
3. Коротаев Ю.П., Кривошеин Б.Л., Новаковский В.Н. Термодинамика газопромисловых систем. – М.: Недра, 1991. – 275 с.
4. Самарский А.А., Вабищев П.Н. Вычислительная теплопередача. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
5. Самарский А.А., Николаев С.Е. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
6. Bourdet D., Ayoub J.A., Whittle T.M., Pirard Y.M., Kniazeff V. Interpreting well tests in fractured reservoirs // World Oil. – 1983. – p. 77-87.

Сведения о каждом из авторов статьи

**Шамсиев Марат Назмиевич** – доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Институт Механики и машиностроения КазНЦ РАН

Е-mail: *shamsiev@mail.knc.ru*

**Талипова Айгуль Анваровна** – аспирант, Институт Механики и машиностроения  
КазНЦ РАН

Е-mail: *aian18@mail.ru*